LIBRIS | We know books

CALCULUL INFINITEZIMAL

Distanța dintre dragoste și ură este infinitezimală

HUGO ARIEL NAVARRETE HURTADO

Traducere de Ionela Matei

CUPRINS

Capitolul 0

Secolul al XVII-lea: Newton și Leibniz. O poveste de dragoste și ură

„Adevărul este victima principală a puterii și a războaielor."
(Hypatia din Alexandria, filosof, matematician și astronom, aprox. 410 și, total independent, Joaquín Ricardo González, jurist, aprox. 1985)

Poate că una dintre cele mai meschine controverse din istoria științei a fost cea dintre Newton și Leibniz cu privire la invenția calculului infinitezimal. În secolul al XVII-lea, dezbaterile între filosofi cu privire la chestiuni de autor erau foarte frecvente, dar, în ciuda acestui fapt, mulți contemporani ai lui Newton și Leibniz au găsit disputa dintre acești doi giganți deosebit de supărătoare. Ceea ce a făcut diferența dintre acest caz specific și celelalte, a fost, cel mai probabil, prestigiul enorm al oamenilor implicați, semnificația muncii în mijlocul conflictului, durata controversei și intensitatea luptei.

Figura 1. Sir Isaac Newton (1643-1727).

Calculul infinitezimal este un instrument matematic cu consecințe practice extraordinare, fără îndoială, cel mai puternic și mai eficient care s-a dezvoltat în studiul naturii. În prezent, se crede că Newton și Leibniz l-au dezvoltat separat, folosind metodologii diferite, dar echivalente, deoarece, în primul rând au sintetizat două concepte, pe care astăzi le numim *derivată* și *integrală*; în al doilea rând, au dezvoltat instrumentele ce permit utilizarea acestora; în al treilea rând, au arătat că sunt concepte opuse și complementare, formalizate în așa-numita „teoremă fundamentală a calculului integral" și, în cele din urmă, au învățat cum să le folosească pentru a rezolva în mod unitar un șir de probleme care până atunci fuseseră studiate de la caz la caz. Calculul infinitezimal se reduce la exerciții obișnuite, în zilele noastre la îndemâna oricărui elev de liceu, probleme care până în acel moment, pentru a fi rezolvate, aveau nevoie de talentul și de ingeniozitatea giganților de calibrul lui Arhimede, Galileo, Fermat sau Pascal.

În ciuda consensului general deja declarat, disputa care i-a avut ca și protagoniști pe **Isaac Newton** (1643-1727) și **Gottfried Leibniz** (1646-1716) până acum puțin peste trei sute de ani a pretins, în termeni eufemistici actuali, stabilirea celui care a inventat calculul infinitezimal, admițând propoziția salomonică: „Amândoi". Cu toate acestea, în termenii pragmatici (sau newtonieni) de la acea vreme, era vorba de a clarifica dacă Leibniz a plagiat opera lui Newton (sau invers), că același Newton a concluzionat cu maxima cunoscută: „Al doilea inventator nu are drepturi", o expresie care este echivalentă cu cea sportivă „Al doilea în clasament este primul dintre învinși".

Newton a dezvoltat ideile de bază privind calculul fluxurilor în perioada cuprinsă între anii 1666 și 1669. În 1671, scrisese deja două cărți pe care le-a dat unui grup de colegi pentru a le citi, dar pe care nu le-a publicat; era îngrozit că lucrările sale puteau fi criticate, mai ales când el însuși avea serioase îndoieli și nu se simțea în largul său atunci când avea de-a face cu niște cantități auxiliare pe care le numea „fluxuri" și pe care, cu abilitate, le indica ca și „o", echivalent cu „un zero care nu este așa zero", care puteau fi „ignorate", pentru a obține cantități măsurabile în „realitate". Aceste cantități le numim astăzi „infinitezimale", iar formalizarea lor riguroasă va avea nevoie de aproape încă trei secole de efort intens al multor minți remarcabile. Newton a publicat prima dintre cărțile la care am făcut aluzie în 1704, la aproape patruzeci de ani după ce a scris-o, pentru a ridica steagul unui război care fusese purtat în umbră deja de douăzeci de ani. Cea de-a doua nu a fost publicată decât în 1736, la nouă ani după moartea sa.

Leibniz și-a dezvoltat calculul la câțiva ani după Newton, în perioada cuprinsă între anii 1675 și 1676, în ultimii doi ani din cei aproape cinci petrecuți la Paris. Cu toate acestea, descoperirile sale au fost publicate mai devreme, în perioada cuprinsă între 1684 și 1686. Chiar dacă versiunile de calcul ale lui Newton și Leibniz erau diferite din punct de vedere conceptual, iar fundamentele lor foarte diferite de ale noastre, acestea erau echivalente din punct de vedere matematic.

Figura 2. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

Deși Newton și Leibniz au fost dușmani în ultima perioadă a vieții lor din cauza mai multor probleme și chiar dacă motivul care a declanșat aceste dispute a fost problema legată de autorul invenției calculului, problema s-a agravat, deoarece nu au convenit asupra unui lucru care era orice altceva, dar nu efemer: filosofia naturală a lumii. Teoria newtoniană a gravitației ca acțiune la distanță a fost percepută ca o regresie în vremurile ocultismului de către Leibniz și de către mulți alți filosofi mecaniciști din acea vreme. Această combinație de probleme filosofice și primat al invenției calculului au agravat ostilitatea înfruntării.

Un alt motiv pentru care controversa a atins cote așa alarmante și pentru care atât Newton, cât și Leibniz au dorit să fie considerați inventatorii calculului nu a constat doar în preponderența care a fost atribuită la acea vreme convențiilor privind primatul, ci și în atitudinea față de plagiat. Astăzi, criteriul care este luat în considerare pentru a acorda autorului recunoașterea unei anumite opere, este publicarea tipărită a unei descoperiri. Însă, în secolul al XVII-lea, corespondența și chiar divulgarea manuscriselor sau a instrumentelor private, în prezența martorilor de încredere, au avut o pondere considerabilă: lucrarea nu trebuia neapărat făcută „publică". Drept urmare, caracterul privat al corespondenței a dus la reproșuri personale care nu ar fi fost făcute niciodată dacă, anterior, comunicarea ar fi fost făcută publică. Chiar și primatul a avut o relație subtilă cu prestigiul și cu credibilitatea unei interpretări: ingeniozitatea primului inventator a mers mână în mână cu primirea favorabilă a operei sale.

Al doilea inventator, dimpotrivă, a trebuit să se protejeze de umbra îndoielii cu privire la propria sa integritate și de suspiciunea că ar fi „furat" un secret de la un coleg. Există mai multe cazuri care evidențiază comportamentul față de al doilea inventator și de plagiat. Primul apare din controversa dintre Leibniz și Hooke cu privire la calculatorul mecanic. Acesta din urmă a analizat foarte atent calculatorul lui Leibniz și, după ce l-a criticat, a propus un model mai simplu. Leibniz l-a acuzat de necinste: el a susținut că baza construcției calculatorului lui Hooke era a lui. Al doilea se referă la apărarea lui Leibniz, atunci când a fost acuzat că ar fi plagiat o lucrare a lui **François Regnaud** despre seriile infinite. A fost atât de șocat și jenat de această acuzație încât și-a afișat public notițele private pentru a se apăra. Acest episod a avut loc în timpul vizitei sale la Londra în 1673. A treia a fost afirmația menționată de Newton conform căreia „Al doilea inventator nu are drepturi", pronunțată cu referire la Leibniz, la apogeul disputei privind invenția calculului.

În acest context, în care al doilea inventator a fost tratat aproape întotdeauna cu suspiciune, este interesant de observat că din 1676, când Newton și Leibniz și-au început corespondența, până în jurul anului 1704, când disputa era pe punctul de a exploda, niciunul dintre ei nu l-a considerat pe celălalt vinovat de plagiat. Ambii păreau să fie de acord cu ipoteza că fiecare dintre ei ajunsese pe cont propriu la formularea calculului. Ba mai mult, Leibniz fusese admis ca membru al prestigioasei Royal Society în 1673, prezidată de Newton începând cu anul 1703, datorită lucrărilor sale pe calculatoare mecanice, cu o recunoaștere rară și excepțională, dar incontestabilă, față de unul dintre cărturarii autentici din acele vremuri; o instituție engleză exclusivistă și prestigioasă a recompensat un cercetător german, cu aproximativ două sute de ani înainte de marile războaie care au devastat omenirea. Cu toate acestea, în jurul anului 1712, când controversa a fost la apogeu și Newton era deja șeful Royal Society, ambii s-au acuzat reciproc de plagiat, folosindu-și proprii servitori, notițele „anonime” și alte înșelăciuni ascunse. În cele din urmă, când Leibniz a cerut Royal Society un raport „imparțial” asupra disputelor, Newton nu a găsit niciun obstacol etic, în elaborarea „raportului imparțial solicitat” pe care el însuși l-a făcut și pe care l-a încheiat confirmând că „plagiatul” fusese făcut de Leibniz. Relațiile dintre cei doi s-au deteriorat până la punctul în care Carl B. Boyer, un cunoscut istoric al științei din secolul XX, a considerat această controversă „rușinos de amară”.

Scurtă istorie a calculului

„Dacă am văzut mai departe decât ceilalți, este pentru că am stat în spatele Giganților.”

(Sir Isaac Newton, într-o scrisoare către Robert Hooke, în data de 15 februarie 1676)

Deși cercetătorii operei lui Newton recunosc că litera majusculă a cuvântului *Giganți* poate face aluzie perfectă la statutul și la cocoașa lui Hooke, Albert Einstein a fost cel care a popularizat acest aforism, folosindu-l de mai multe ori în sens pozitiv, pentru a sublinia datoria fiecărui inventator față de predecesorii săi. Acesta este cazul lui Newton și Leibniz, ambii datori predecesorilor lor imediați, în dezvoltarea noii analize.

Mulți autori au susținut că, în a doua jumătate a secolului al XVII-lea, a sosit momentul organizării punctelor de vedere, metodelor și descoperirilor implicate în analiza infinitezimală, în conformitate cu o nouă abordare caracterizată printr-o metodă și/sau procedură distinctă. Unii istorici au dus acest argument la extrem și au încercat să-l desemneze pe Barrow drept inventatorul calculului, precum și să considere operele lui Newton și ale lui Leibniz o simplă traducere în formă algebrică a operei celui anterior menționat. Cu toate acestea,

Figura 3. Papirusul Rhind, primul document scris cunoscut ce conține conceptele calculului viitor.

acest punct de vedere presupune o greșeală gravă împotriva geniului acestor doi matematicieni. Să vedem și de ce.

Primul document scris în care au fost tratate probleme legate de fracțiile periodice, ariile și lungimile obiectelor plate sau curbate este papirusul Rhind (Egipt), datat în jurul anului 1650 î.Hr.

Ulterior, în Grecia antică, conceptul de *continuitate* și *infinit* se afla în centrul gândirii multor intelectuali. În acest sens, faimoasele paradoxuri ridicate de Zenon din Elea au fost deosebit de importante. Argumentul acestui filosof se învârte în jurul întrebării dacă lumea poate fi împărțită în unități discrete, adică dacă există posibilitatea de a o împărți sau dacă aceasta constituie într-adevăr o realitate continuă. Împotriva paradoxurilor lui Zenon, au fost oferite argumente foarte diferite și, prin urmare, acestea sunt considerate a fi respinse la nivel teoretic și/sau matematic. Cu toate acestea, pe baza măsurătorilor din domeniul fizicii cuantice, aceste paradoxuri au fost confirmate abia în 1994 de către Universitatea din München, după ce s-a observat că este posibilă oprirea evoluției unui sistem cuantic exclusiv prin intermediul unei secvențe dense de măsurători, ceea ce a condus la formularea modelului teoretic al efectului Zenon cuantic. Adică, din punct de vedere microscopic, avem tehnologia pentru a răspunde, într-o anumită măsură, la întrebarea lui Zenon oferind indicii experimentale clare care indică faptul că spațiul-timp ar putea fi o realitate discretă. Dicotomia dintre experiment și abstractizare în jurul continuului și infinitului, concepte importante în dezvoltarea calculului infinitezimal, își găsește punctul culminant în teoria fizică modernă a super coardelor: un model matematic care poate descrie lumea observabilă (și multe altele) cu aceeași precizie a unei teorii acceptate și consolidate, dar care nu poate fi validată sau negată empiric, deoarece fie nu face predicții care pot fi confirmate la nivel experimental, fie cele pe care le face sunt imposibil de verificat, cu tehnologia actuală pe care o avem la îndemână. Totul depinde dacă suntem de partea criticilor sau de cea a susținătorilor săi, ceea ce ne permite să reluăm calea controversei care ne interesează.

Grecii au fost primii care au realizat relația dintre perimetru și aria unui poligon, așa că au emis ipoteza posibilității de a considera cercul ca un poligon cu laturi „infinite". Ulterior, în jurul anului 120, astronomul chinez **Zhang Heng** (78-139) a fost unul dintre primii care a folosit aproximarea $\sqrt{10}$ ca logică între perimetrul și diametrul unei circumferințe (numărul π), la care a ajuns plecând de la relația dintre volumul unui cub și sfera respectivă care este înscrisă în el. După ani de zile, în jurul anului 263, matematicianul **Liu Hui** (225-295) a fost primul care a sugerat că cea mai potrivită aproximare a fost 3,14, folosind un poligon cu 9613 laturi. Mai târziu, el a estimat valoarea lui π egală cu 3,141 59, considerând un poligon de 3072 laturi.

Plecând de la un poligon regulat înscris cu 384 laturi, la sfârșitul secolului al V-lea, matematicianul indian **Aryabhata** (476-550) a calculat valoarea lui π egală cu 3,1416.

În jurul anului 1400, **Madhava** (1350-1425), și el indian, a obținut o aproximare exactă la 11 cifre (3,141 592 653 59), fiind primul care s-a folosit de serii pentru a face estimarea.

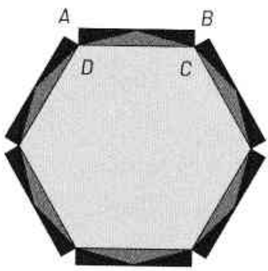

Figura 4. Metoda de aproximare a lui Liu Hui pentru aria cercului.

În lumea arabă, până în secolul al IX-lea, **Al-Khwarizmi**, în „Algebra" sa, a arătat că fracția periodică 22/7 aproximează într-un mod practic raportul dintre perimetrul și diametrul cercului. Ani mai târziu, în secolul al XV-lea, matematicianul persan **Ghiyath Al-Kashi** (1380-1429) a reușit să calculeze valoarea aproximativă a logicii dintre perimetru și raza unui cerc (2π) cu nouă cifre, folosind o bază numerică sexagesimală, care este echivalentă cu o aproximare la 16 zecimale: 6,283 185 307 179 586 5.

În timpul Renașterii, unii matematicieni din secolul al XVII-lea, cum ar fi **Viète** (1540-1603), au folosit poligoane de până la 393 216 laturi pentru a estima cu exactitate raportul dintre perimetrul și diametrul unui cerc.

În 1593, flamandul **Adriaan van Roomen** (1561-1615) (Adrianus Romanus) a obținut o precizie de 16 cifre zecimale, folosind o metodă propusă de Arhimede cu aproximativ două mii de ani în urmă, pentru a delimita valoarea în cauză. A constat în circumscrierea și înscrierea poligoanelor regulate cu *n* laturi într-o circumferință și calcularea perimetrului acestora. Arhimede a pornit de la hexagoanele circumscrise și înscrise, apoi a dublat numărul laturilor, fiind pe deplin conștient de faptul că valoarea căutată ar fi fost cu atât mai bine delimitată, cu cât poligoanele aveau mai multe laturi, ajungând până la limitele impuse de tehnologia disponibilă.

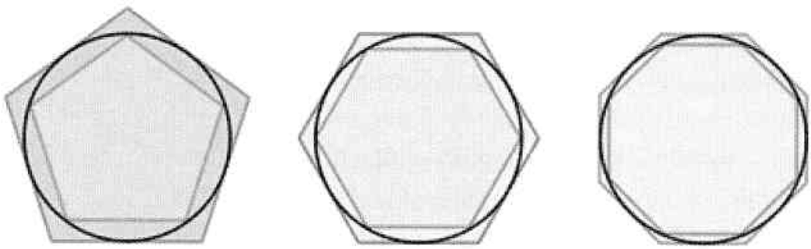

Figura 5. Metoda lui Arhimede, recuperată în Renaștere, pentru a delimita valoarea logicii dintre aria unui cerc și raza acestuia.

Pe de altă parte, în secolul al V-lea î.Hr., **Hippasos din Metaponte**, când a demonstrat existența numerelor iraționale, a dovedit, de asemenea, și că numerele și/sau punctele discrete nu ar fi putut niciodată să descrie complet o lume care include entități continue cum ar fi liniile și suprafețele. El a emis ipoteza că singura știință matematică potrivită era geometria. În următoarele două milenii, în mare parte, presupunerea lui Hippasos a fost fără răspuns, în ciuda faptului că geometria a devenit principala disciplină. Așa a fost până în secolele al XVI-lea și al XVII-lea, când o nouă generație de matematicieni, **Simon Stevin** (1548-1620) în Olanda, **Thomas Harriot** (1560-1621) și **John Wallis** (1643-1689) în Anglia și, în special, **Bonaventura Cavalieri** (1598-1647) și **Evangelista Torricelli** (1608-1647) în Italia, au început să investigheze separarea rigidă dintre punctele discrete și mărimile continue. Ce s-ar întâmpla, s-au întrebat, dacă am ști că o linie este un lanț de infinitezimale, adică de puncte minuscule sau infinit de mici? Și în același mod, dacă am ști că un plan este compus din linii așezate una lângă cealaltă, iar un solid este un ansamblu de plane suprapuse unul peste celălalt?

Rezultatele obținute imediat au fost spectaculoase. Cu ajutorul acestei ipoteze problematice, a fost posibil să se calculeze cu ușurință lungimile curbelor geometrice și coeficienții lor unghiulari, ariile figurilor geometrice și volumele solidelor, rezultate care ar fi fost extrem de dificil de obținut, sau pur și simplu imposibil, folosind geometria tradițională.

Pionierii noilor metode infinitezimale știau foarte bine că abordarea lor se baza pe raționamente precare, dar celor mai mulți nu le păsa. Cu condiția ca metoda să ducă la rezultate corecte, au argumentat, aceasta trebuia să fie fundamental solidă. Alții, în schimb, nu erau atât de optimiști. În criticile adresate de iezuiți, în Italia, episcopului și filosofului englez George Berkeley, infinitezimalele au fost acuzate că au subminat matematica și chiar raționalitatea însăși, prevăzând că acestea vor duce inevitabil la erori grave. Discuția s-a dezlănțuit.

Pe de altă parte, în secolul al V-lea î.Hr., **Hippasos din Metaponte**, când a demonstrat existența numerelor iraționale, a dovedit, de asemenea, și că numerele și/sau punctele discrete nu ar fi putut niciodată să descrie complet o lume care include entități continue cum ar fi liniile și suprafețele. El a emis ipoteza că singura știință matematică potrivită era geometria. În următoarele două milenii, în mare parte, presupunerea lui Hippasos a fost fără răspuns, în ciuda faptului că geometria a devenit principala disciplină. Așa a fost până în secolele al XVI-lea și al XVII-lea, când o nouă generație de matematicieni, **Simon Stevin** (1548-1620) în Olanda, **Thomas Harriot** (1560-1621) și **John Wallis** (1643-1689) în Anglia și, în special, **Bonaventura Cavalieri** (1598-1647) și **Evangelista Torricelli** (1608-1647) în Italia, au început să investigheze separarea rigidă dintre punctele discrete și mărimile continue. Ce s-ar întâmpla, s-au întrebat, dacă am ști că o linie este un lanț de infinitezimale, adică de puncte minuscule sau infinit de mici? Și în același mod, dacă am ști că un plan este compus din linii așezate una lângă cealaltă, iar un solid este un ansamblu de plane suprapuse unul peste celălalt?

Rezultatele obținute imediat au fost spectaculoase. Cu ajutorul acestei ipoteze problematice, a fost posibil să se calculeze cu ușurință lungimile curbelor geometrice și coeficienții lor unghiulari, ariile figurilor geometrice și volumele solidelor, rezultate care ar fi fost extrem de dificil de obținut, sau pur și simplu imposibil, folosind geometria tradițională.

Pionierii noilor metode infinitezimale știau foarte bine că abordarea lor se baza pe raționamente precare, dar celor mai mulți nu le păsa. Cu condiția ca metoda să ducă la rezultate corecte, au argumentat, aceasta trebuia să fie fundamental solidă. Alții, în schimb, nu erau atât de optimiști. În criticile adresate de iezuiți, în Italia, episcopului și filosofului englez George Berkeley, infinitezimalele au fost acuzate că au subminat matematica și chiar raționalitatea însăși, prevăzând că acestea vor duce inevitabil la erori grave. Discuția s-a dezlănțuit.